

Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

## PRAKTIKUM I

Úloha č.: .....X.....

Název:.....Rýchlosť šírenia zvuku .....

Vypracoval:.... **Viktor Babjak** ... stud. sk. .. F 11 .. dne... 17. 3. 2005 .....

Odevzdal dne: ..... vráceno: .....

Odevzdal dne: ..... vráceno: .....

Odevzdal dne: .....

Posuzoval: **Dopita**.....dne ..... výsledek klasifikace .....**1**.....

Připomínky:

Poznámky ku grafom - hovoríte, že ste vynechal niektoré body, lebo nesplňovali "linearitu" závislosti, ale v grafe ich zakreslené máte. Navyiac ležia na preloženej priamke. Tak je to možné?

Môj komentár:

Doplniť do diskusie, že vynechané hodnoty pre jednotlivé k vôbec nezodpovedajú poradovému číslu k, a preto po ich vynechaní pokračujeme v číslovaní.

## Pracovná úloha:

1. Určite rýchlosť šírenia pozdĺžnych zvukových vln v mosadznej tyči metódou Kundtovej trubice. Z nameranej rýchlosti zvuku stanovte modul pružnosti v ťahu  $E$  materiálu tyče.
2. Zmerajte rýchlosť zvuku vo vzduchu a v oxide uhličitom pomocou uzavretého rezonátoru. Namerané výsledky spracujte metódou lineárnej regresie a graficky znázornite.
3. Vypočítajte Poissonovu konštantu  $\kappa$  oxidu uhličitého z nameranej rýchlosti zvuku.

## Teoretická časť:

Rýchlosť zvuku  $c$  je priamo úmerná vlnovej dĺžke  $\lambda$  a frekvencií  $\nu$ , pričom platí

$$c = \lambda \nu . \quad (1)$$

Ak zmeriame vlnovú dĺžku  $\lambda$  a frekvenciu  $\nu$ , môžeme určiť rýchlosť zvuku  $c$ .

### Metóda Kundtovej trubice

Vlnovú dĺžku  $\lambda$  môžeme určiť pomocou stojatého vlnenia. Pri stojatom vlnení sa vytvoria uzly a kmitne, pričom vzdialenosť susedných uzlov resp. kmitní sa rovná polovici vlnovej dĺžky a vzdialenosť uzlu od susednej kmitne je štvrt' vlnovej dĺžky. Polohu uzlov a kmitní v plynch môžeme znázorniť pomocou Kundtovej trubice. Je to sklenená, vodorovne uložená a na jednom konci uzavretá trubica. Do druhého konca zasunieme korkový piest pripevnený k mosadznej tyči, ktorá je upevnená v strede, t.j. mosadzná tyč predstavuje zdroj zvuku. Ak v takto upevnenej tyči vybudíme zvukové vlny, bude vlnová dĺžka  $\lambda_{mosadz}$  zodpovedajúca základnej frekvencií rovná dvojnásobku dĺžky tyče  $l$

$$l_{mosadz} = 2l . \quad (2)$$

Keď piest bude v trubici zastrčený tak, že dĺžka vzduchového stĺpca bude rovná celočíselnému násobku polvlny vlnovej dĺžky zvuku vo vzduchu, vzniknú rozprášením korku obrazce kopírujúce sínusoidu. V tomto prípade môžeme spočítať polvlny a zmerať dĺžku vzduchového stĺpca, potom pre vlnovú dĺžku  $\lambda_{vzduch}$  zvuku vo vzduchu platí

$$l_{vzduch} = 2 \frac{h}{k} , \quad (3)$$

kde  $h$  je dĺžka vzduchového stĺpca v trubici a  $k$  je počet polvln.

Ak sa akustická vlna šíri dvomi rozličnými prostrediami, zachováva vždy svoju frekvenciu, t.j. platí

$$\frac{c_{mosadz}}{l_{mosadz}} = \frac{c_{vzduch}}{l_{vzduch}} . \quad (4)$$

Rýchlosť zvuku v suchom vzduchu určíme podľa

$$c_{vzduch} = (331,82 + 0,61t) m \cdot s^{-1} . \quad (5)$$

Pre rýchlosť zvuku vo vzduchu pri 50 % vlhkosti vzduchu a teplote blízkej 20 °C platí

$$c_{vzduch} = (344,36 + 0,63(t - 20^{\circ}C)) m \cdot s^{-1} . \quad (6)$$

Pre modul pružnosti v ťahu  $E$  mosadznej tyče platí

$$E = c_{mosadz}^2 \rho , \quad (7)$$

kde  $\rho$  je hustota mosadze.

### Metóda uzavretého rezonátoru

Uzavretý rezonátor je tvorený dvoma trubicami, ktoré môžeme do seba zasúvať, a tak meniť dĺžku rezonátoru. Na jednej strane má mikrofón a na druhej reproduktor. Reproduktorom vytvárame zvukové vlnenie, pričom jeho intenzitu snímame mikrofónom. Ak je dĺžka rezonátoru rovná celočíselnému násobku polovice vlnovej dĺžky zvuku v danom plyne alebo

ak pri danej dĺžke rezonátoru vhodne zvolíme frekvenciu zvukového vlnenia, tak dochádza k rezonanciám, ktorú rozpoznáme na ampérmetri pripojenom k mikrofónu.

Ak ponecháme konštantnú frekvenciu  $\nu$  zvukového vlnenia a meníme dĺžku rezonátoru  $l$ , tak rozdiel dĺžok rezonátoru pri dvoch najbližších rezonanciách ( $l_1 - l_2$ ) je rovný polovici vlnovej dĺžky zvukovej vlny, t.j. podľa (1) pre rýchlosť zvuku platí

$$c_{vzduch} = 2(l_1 - l_2)\nu. \quad (8)$$

Pri druhom spôsobe merania ponechávame konštantnú dĺžku rezonátoru  $l$  a meníme frekvenciu  $\nu$  zdroja zvuku. Rezonancia nastane pri frekvenciách  $\nu_k$ , pričom im zodpovedajúca vlnová dĺžka  $\lambda_k$  spĺňa podmienku

$$l = k \frac{\lambda_k}{2}, \quad (9)$$

kde  $k$  je počet polvln v rezonátore, pričom  $k = 1, 2, 3, \dots$

Potom pre rýchlosť zvuku platí

$$c = \frac{2l\nu_k}{k}. \quad (10)$$

Poissonovu konštantu oxidu uhličitého určíme z Laplaceovho vzorca pre rýchlosť zvuku v plynoch

$$c = \sqrt{\kappa \frac{p}{\rho}} = \sqrt{\kappa \frac{RT}{M}}, \quad (11)$$

kde  $\kappa$  je Poissonova konštanta,  $p$  tlak plynu a  $\rho$  jeho hustota.

Pre Poissonovu konštantu platí

$$\kappa = \frac{c^2 M}{RT}, \quad (12)$$

kde  $M$  je molekulová hmotnosť plynu,  $R$  je molárna plynová konštanta ( $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$ ),  $T$  je teplota v kelvinoch.

Atómová hmotnosť kyslíku je  $a_o = 16,0$ , atómová hmotnosť uhlíku  $a_c = 12,0$ .

### Podmienky merania:

Podmienky merania sú určené pomocou digitálneho meracieho prístroja:

- teplota:  $t = (25,6 \pm 0,5)^\circ\text{C}$
- vlhkosť vzduchu:  $(31,8 \pm 1)\%$
- atmosférický tlak:  $p = (9,93 \pm 0,01) \cdot 10^4 \text{ Pa}$

### Výsledky merania:

#### Kundtova trubica

Dĺžku mosadznej tyče  $l$  vrátane korkovej zátky sme určili pomocou pásového meradla. Absolútnu chybu merania vzhľadom k tvaru tyče so zátkou odhadneme na  $0,3 \text{ cm}$ .

- $l = (150,7 \pm 0,3) \text{ cm}$   $h_l = 2,0 \cdot 10^{-3}$

Podľa (2) tomu zodpovedá vlnová dĺžka  $\lambda_{mosadz}$  zvuku v mosadznej tyči. Chybu určíme podľa prenosu chýb vo funkčných závislostiach, [3] str. 38 – 39. Všeobecne pre veličinu  $y$  vyjadrenú pomocou funkcie  $f$  s premennými  $x_i$  platí

$$s_y^2 = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)_{(m_i, K, m_i)}^2 s_{x_i}^2. \quad (13)$$

- $l_{mosadz} = (301,4 \pm 0,6) \text{ cm}$   $h_{l_{mosadz}} = 2,0 \cdot 10^{-3}$

Ďalej sme našli také vzájomné umiestnenie Kundtovej trubice a mosadznej tyče, aby došlo k rezonancii stojateho zvukového vlnenia. Po rozochvení tyče pomocou nakalafunovanej plsti sa v trubici, do ktorej bol nasýpaný korkový prášok, vytvorili kmitne a uzly rýchlosti. Pri tomto nastavení Kundtovej trubice sme určili vzdialenosť  $h$  korkovej zátky od druhého konca Kundtovej trubice a spočítali sme počet polvln  $k$  stojateho vlnenia.

Tabuľka 1 – Kundtova trubica

počet polvln $k$	$h$ [cm]	vzdialenosť kmitne a uzlu [cm]	$\lambda_2$ [cm]
6	93,2	15,6	31,1
5	78,0	15,7	31,2

Tretí stĺpec bol vypočítaný podľa (3). Chybu merania dĺžky vzduchového stĺpca určíme z pozorovania, že pri zmene vzájomnej polohy trubice a mosadznej tyče až o 2 cm sa nezmenil obrazec v trubici, t.j. chybu odhadneme na 2 cm. Z toho vyplýva, že pri prvom meraní je určenie vlnovej dĺžky zvuku vo vzduchu zaťažené menšou relatívnou chybou, a preto za  $\lambda_{vzduch}$  uvažujeme hodnotu z prvého merania.

$$\bullet \quad l_{vzduch} = (31,1 \pm 0,7) \text{ cm} \qquad h_{l_{vzduch}} = 2,3 \cdot 10^{-2}$$

Rýchlosť zvuku vo vzduchu  $c_{vzduch}$  určíme podľa (6). Relatívna vlhkosť vzduchu v laboratóriu nezodpovedá presne podmienkam, za ktorých je stanovený vzťah (6). Ak na určenie rýchlosti zvuku použijeme vzťah (5) dostaneme hodnotu  $c_{vzduch} = 348,0 \text{ ms}^{-1}$ , a preto absolútnu chybu rýchlosti odhadneme na  $0,5 \text{ ms}^{-1}$ .

$$\bullet \quad c_{vzduch} = (347,9 \pm 0,5) \text{ ms}^{-1} \qquad h_{c_{vzduch}} = 1,4 \cdot 10^{-3}$$

Zo zistených hodnôt určíme podľa (4) rýchlosť zvuku v mosadzi  $c_{mosadz}$ . Absolútnu chybu určíme podľa prenosu chýb, [3].

$$\bullet \quad c_{mosadz} = (3372 \pm 76) \text{ ms}^{-1} \qquad h_{c_{mosadz}} = 2,3 \cdot 10^{-2}$$

Modul pružnosti v ťahu  $E$  mosadznej tyče určíme podľa (7). Na určenie modulu pružnosti potrebujeme poznať hustotu mosadze. [4] udáva pri teplote 20 °C hustotu  $r = 8100 - 8600 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  bez udania chyby, a preto za hustotu mosadze budeme považovať strednú hodnotu tohto intervalu a jej chybu ako polovicu intervalu, ktorý udáva [4], t.j.

$$\bullet \quad r = (8400 \pm 250) \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \qquad h_r = 3,0 \cdot 10^{-2}$$

Po dosadení do (7) dostaneme

$$\bullet \quad E = (95,5 \pm 5,2) \cdot 10^9 \text{ Pa} \qquad h_E = 5,4 \cdot 10^{-2}$$

#### Uzavretý rezonátor

Druhú úlohu sme merali dvoma metódami. Pri prvej metóde sme ponechali konštantnú frekvenciu  $\nu$  zvukového vlnenia a hľadali sme dĺžky  $l_1$  a  $l_2$  rezonátoru, pri ktorých dochádza k rezonancii. Chybu určenia frekvencia odhadneme na 1 Hz. Touto metódou sme určovali rýchlosť zvuku iba pre vzduch.

$$\bullet \quad n = (2000 \pm 1) \text{ Hz} \qquad h_n = 5,0 \cdot 10^{-4}$$

Tabuľka 2 – Dĺžka rezonátoru pri rezonancii

vzduch		
frekvencia $\nu$ [Hz]	dĺžka $l_1$ [cm]	dĺžka $l_2$ [cm]
2000	77,5	86,2

Absolútnu chybu určenia dĺžok  $l_i$  určíme z pozorovania, o koľko môžeme zmeniť dĺžku rezonátoru, aby stále dochádzalo k rezonanciám, t.j. chybu odhadneme na 0,1 cm. Rýchlosť zvuku vo vzduchu určíme podľa (8).

- $c_{vzduch} = (348 \pm 4) m \cdot s^{-1}$   $h_{c_{vzduch}} = 1,1 \cdot 10^{-2}$

Pri druhej metóde sme ponechali konštantnú dĺžku rezonátoru  $l$  a menili sme frekvenciu  $\nu$  zdroja zvuku. Touto metódou sme určovali rýchlosť zvuku vo vzduchu a v  $CO_2$ . Dĺžku rezonátoru sme určili na milimetrovom meradle pripevnenom k rezonátoru. Chybu určenia dĺžky rezonátoru odhadneme na 0,1 cm.

- $l = (80,0 \pm 0,1) cm$   $h_l = 1,3 \cdot 10^{-3}$

Frekvenciu sme menili v rozsahu približne od 150 Hz do 2800 Hz. Chybu frekvencií určíme pozorovaním, o koľko môžeme zmeniť frekvenciu a stále považovať signál prijímaný mikrofónom za maximálny a teda skúmanú frekvenciu za rezonančnú, t.j. chybu odhadneme na 2 Hz.

Tabuľka 3 – Rezonančné frekvencie pre vzduch a  $CO_2$

	vzduch	oxid uhličitý
číslo merania $k$	frekvencia [Hz]	frekvencia [Hz]
1	207	164
2	432	340
3	653	511
4	863	556
5	1008	678
6	1075	843
7	1290	1013
8	1441	1126
9	1509	1167
10	1722	1352
11	1934	1519
12	2149	1691
13	2368	1864
14	2585	2031
15	2795	2200
16		2372
17		2548

Súbor týchto nameraných hodnôt spracujeme metódou lineárnej regresie pomocou programu *Origin*.

Zo spracovania nameraných hodnôt metódou lineárnej regresie je vidieť, že hodnoty pre  $k = 5, 8$  sa značne odlišujú od linearity, a preto ich vylúčime z vyhodnocovania hodnôt, t.j. nepovažujeme ich za rezonančné frekvencie. *Graf 1* znázorňuje závislosť rezonančnej frekvencie  $\nu_k$  na poradovom čísle  $k$  pre vzduch, ak vynecháme hodnoty  $k = 5, 8$  (*graf 1* zobrazuje priamku  $y = 215,2x + 0,1$ ).

S použitím vzťahu (10) dostaneme pre jednotlivé merania rýchlosť zvuku vo vzduchu. Ako výslednú hodnotu  $c_{vzduch}$  uvažujeme strednú hodnotu tohto súboru. Absolútnu chybu určil program *Origin*.

- $c_{vzduch} = (344 \pm 4) ms^{-1}$   $h_{c_{vzduch}} = 1,2 \cdot 10^{-2}$

Zo spracovania hodnôt pre oxid uhličitý vyplýva, že hodnoty pre  $k = 4, 8$  sa značne odlišujú od linearity, a preto ich vylúčime z vyhodnocovania. Graf 2 znázorňuje závislosť rezonančnej frekvencie  $\nu_k$  na poradovom čísle  $k$  pre  $\text{CO}_2$ , ak vynecháme hodnoty  $k = 4, 8$  (graf 2 zobrazuje priamku  $y = 169,7x - 5,9$ ).

Zo vzťahu (10) podobne ako pre vzduch určíme rýchlosť zvuku v oxide uhličitom.

$$\bullet \quad c_{\text{CO}_2} = (270 \pm 2) \text{ms}^{-1} \qquad h_{c_{\text{CO}_2}} = 7,4 \cdot 10^{-3}$$

Poissonovu konštantu pre  $\text{CO}_2$  určíme podľa (12) pre  $m = (44,00 \pm 0,01) \cdot 10^{-3} \text{kg} \cdot \text{mol}^{-1}$ ,  $R = 8,314 \text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$ ,  $T = (298,8 \pm 0,5) \text{K}$ . Jej chybu určíme z prenosu chýb, [3].

$$\bullet \quad k = (1,291 \pm 0,053) \qquad h_k = 4,1 \cdot 10^{-2}$$

### Diskusia výsledkov:

Namerané hodnoty sú známymi veličinami, ich tabuľkové hodnoty podľa [4] bez udania chyby sú:

- rýchlosť zvuku v mosadzi  $c_m = 3400 \text{ms}^{-1}$  pri teplote  $t = 20^\circ \text{C}$
- rýchlosť zvuku vo vzduchu podľa (6)  $c_{\text{vzduch}} = (347,9 \pm 0,5) \text{ms}^{-1}$
- rýchlosť zvuku v  $\text{CO}_2$   $c_{\text{CO}_2} = 260 \text{ms}^{-1}$  pri teplote  $t = 20^\circ \text{C}$
- modul pružnosti v ťahu mosadze  $E = 100 - 110 \text{GPa}$
- Poissonova konštanta  $k = 1,304$  pri teplote  $t = 15^\circ \text{C}$

### Metóda Kundtovej trubice

Táto metóda je veľmi názorná, no je zaťažená veľkou chybou. Tá je spôsobená nepresným (subjektívnym) nájdením polohy, pri ktorej dochádza k rezonancii zvukového vlnenia v Kundtovej trubici (t.j. určenie dĺžky vzduchové stĺpca, pri ktorej dochádza k rezonancii). Ani meranie vzdialenosti kmitni resp. uzlov v trubici by nezvýšilo výrazne presnosť, pretože odhad polohy napr. kmitne by nemohol byť presnejší ako  $0,5 \text{cm}$ , čo by spôsobilo podobnú chybu. Ostatné chyby (vlnová dĺžka zvuku v tyči, rýchlosť zvuku vo vzduchu) sú v porovnaní s ňou zanedbateľné. V rámci chyby sa nameraná rýchlosť zvuku v mosadzi zhoduje s tabuľkovou hodnotou.

Nepresné určenie rýchlosti zvuku v mosadzi sa prenáša aj na určenie modulu pružnosti v ťahu mosadze (potvrďuje to aj relatívna chyba  $5,4\%$ ). Vo vzorci pre  $E$  sa rýchlosť vyskytuje v druhej mocnine, a preto je presnosť určenia  $E$  menšia ako presnosť dosiahnutá pri meraní šírenia zvuku v mosadzi, no v rámci chyby sa určený modul pružnosti v ťahu pre mosadz zhoduje s tabuľkovou hodnotou.

### Metóda uzavretého rezonátoru

Táto metóda merania rýchlosti zvuku je dosť presná. Rýchlosť zvuku vo vzduchu určená pri konštantnej frekvencii sa dosť presne zhoduje s rýchlosťou určenou podľa (6). Meranie dĺžky rezonátoru mohlo byť zaťažené aj systematickou chybou, lebo údaje na stupnici pripevnenej k rezonátoru nemusia presne zodpovedať dĺžke rezonátoru.

Rýchlosť zvuku vo vzduchu určená pri konštantnej dĺžke rezonátoru sa v rámci chyby zhoduje s rýchlosťou určenou podľa (6), no pri spracovaní nameraných hodnôt som musel vylúčiť hodnoty pre  $k = 5, 8$ , lebo z prvotného spracovania metódou lineárnej regresie vyplývalo, že tieto hodnoty nesplňujú podmienku linearity. Maximum pri týchto frekvenciách mohlo byť spôsobené tým, že mikrofón v blízkosti rezonančných frekvencií reagoval dosť citlivo na zmenu frekvencie, a to aj v prípade, keď sa nejednalo o rezonančné frekvencie. Ďalšie spracovanie metódou lineárnej regresie znázorňuje graf 1.

Pre vzduch sa rýchlosti zvuku určené oboma metódami v rámci chyby zhodujú, pričom zhodujú sa aj s hodnotou určenou podľa (6).

Rýchlosť zvuku v oxide uhličitom určená pri konštantnej dĺžke rezonátoru sa odlišuje od tabuľkovej hodnoty (tieto hodnoty sa líšia asi o 1 %). Chyba je pravdepodobne zapríčinená tým, že v trubici zostali zvyšky vzduchu, t.j. koncentrácia  $\text{CO}_2$  nebola stopercentná, ale výsledný plyn bol zmesou vzduchu a  $\text{CO}_2$ . Zo spracovania nameraných hodnôt som musel vynechať hodnoty pre  $k = 4, 8$ , lebo nespĺňali podmienku linearitu pri spracovaní metódou lineárnej regresie. Maximum pri týchto hodnotách som namerlal pravdepodobne z toho istého dôvodu ako pri vzduchu. Ďalšie spracovanie metódou lineárnej regresie znázorňuje graf 2.

Poissonova konštanta pre oxid uhličitý sa v rámci chyby zhoduje s tabuľkovou hodnotou. Väčšia relatívna chyba (4,1 %) je spôsobená tým, že vo vzťahu pre  $\kappa$  sa rýchlosť zvuku v oxide uhličitom vyskytuje v druhej mocnine, t.j. chyba určenia rýchlosti zvuku v  $\text{CO}_2$  sa prejaví dvojnásobne.

### Záver:

1. Určili sme rýchlosť šírenia zvuku v mosadzi metódou Kundtovej trubice

$$c_m = (3372 \pm 76) \text{ms}^{-1}, \quad h_{c_m} = 2,3 \cdot 10^{-2}$$

a modul pružnosti mosadze v ťahu

$$E = (95,5 \pm 5,2) \cdot 10^9 \text{Pa}, \quad h_E = 5,4 \cdot 10^{-2}.$$

2. Zmerali sme rýchlosť šírenia zvuku vo vzduchu pre konštantnú frekvenciu rezonátoru

$$c_{\text{vzduch}} = (348 \pm 4) \text{m} \cdot \text{s}^{-1}, \quad h_{c_{\text{vzduch}}} = 1,1 \cdot 10^{-2},$$

a pre konštantnú dĺžku rezonátoru

$$c_{\text{vzduch}} = (344 \pm 4) \text{ms}^{-1}, \quad h_{c_{\text{vzduch}}} = 1,2 \cdot 10^{-2}.$$

Zmerali sme rýchlosť šírenia zvuku v oxide uhličitom

$$c_{\text{CO}_2} = (270 \pm 2) \text{ms}^{-1}, \quad h_{c_{\text{CO}_2}} = 7,4 \cdot 10^{-3}.$$

3. Z určenej rýchlosti zvuku v  $\text{CO}_2$  sme určili Poissonovu konštantu pre  $\text{CO}_2$

$$k = (1,291 \pm 0,053), \quad h_k = 4,1 \cdot 10^{-2}.$$

### Literatúra:

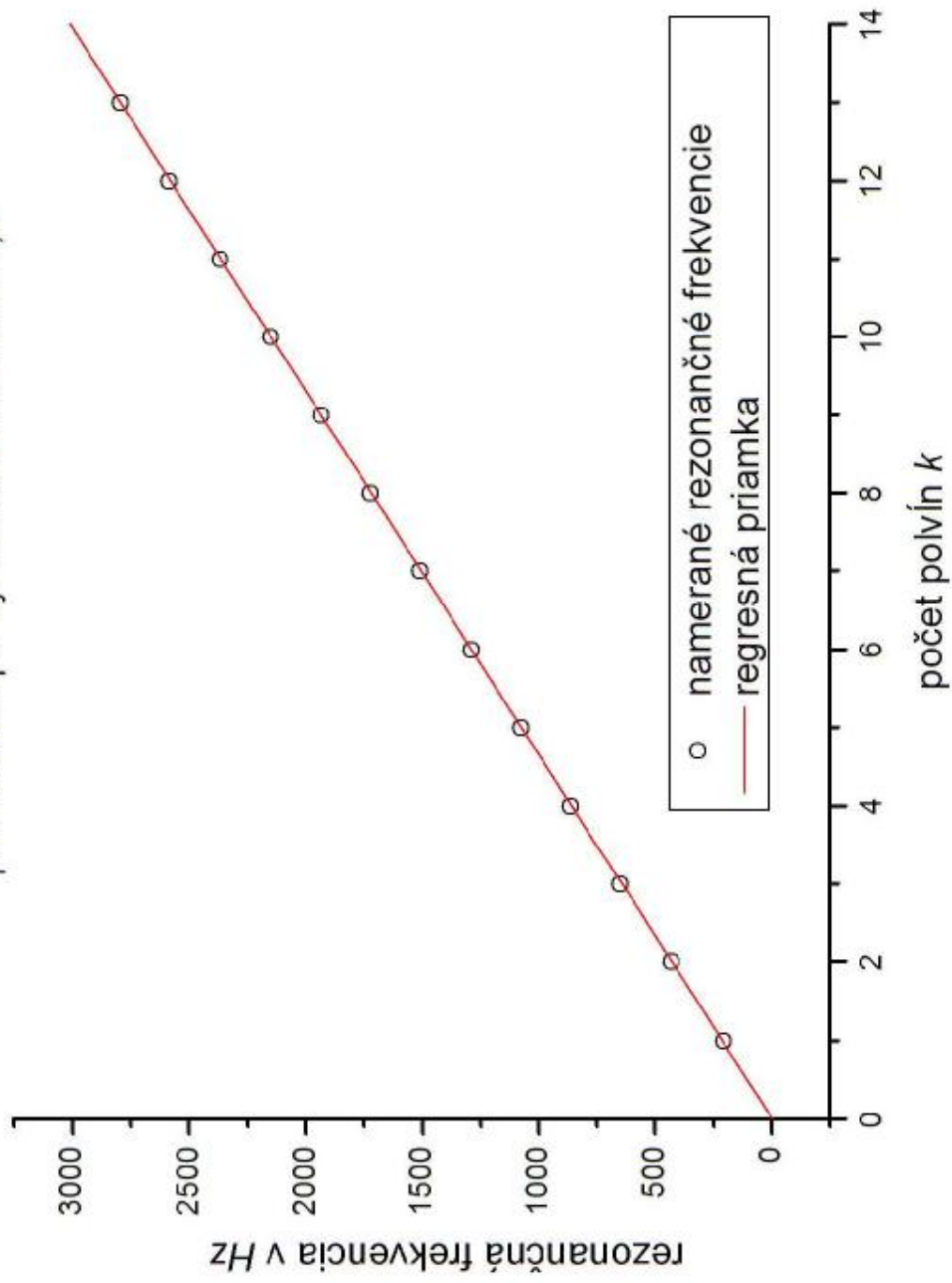
[1] Brož, J. a kol.: Základy fyzikálních měření I; SPN; Praha 1967; st. 2.7.2, st. 2.7.3, čl. 2.7.3.1, čl. 2.7.3.2

[2] Študijný text z webovej stránky fyzikálneho praktika MFF UK

[3] English, J.; Zpracování výsledků fyzikálních měření, LS 1999/2000

[4] Mikulčák, J. a kol.; Matematické, fyzikálne a chemické tabuľky pre SŠ; SPN; Bratislava 2002

Graf 1 - Závislosť rezonančnej frekvencie na poradovom čísle pre vzduch po vynechaní hodnôt  $k=5,8$





Graf 2 - Závislosť rezonančnej frekvencie na poradovom čísle pre CO<sub>2</sub> po vynechaní hodnôt k=4,8

